MATHEMATIQUES I

Option scientifique — Yves Monlibert

Description du problème

Le sujet de cette année était consacré à l'étude des polynômes de Newton. Il se composait de deux parties presque indépendantes, l'une portant sur l'algèbre linéaire, l'autre sur l'analyse, ceci afin de balayer largement le programme.

Pour introduire ces polynômes, on recherchait dans la première partie une base adaptée à l'opérateur différence finie et la décomposition des polynômes relativement à cette base. Ces notions, même si elles ne sont pas explicitement dans le programme, ont été généralement abordées durant les deux années de classes préparatoires et ne devaient pas perturber les candidats. L'énoncé invitait les candidats à prendre quelques initiatives personnelles ; ainsi il fallait voir l'effet de Δ sur le polynôme N_n, voire l'effet de Δ^k sur ce même polynôme : ce qui n'était pas annoncé dans le problème.

Dans la deuxième partie, on s'intéressait aux séries de Newton. Dans un premier temps, x étant fixé, on cherchait un équivalent de $|N_n(x)|$ lorsque n tend vers l'infini, puis, par différentes méthodes recouvrant le programme d'analyse, on travaillait sur les fonctions pouvant se décomposer en séries de Newton.

Même si l'énoncé, quelquefois peu directif, laissait beaucoup d'initiatives sur les méthodes à utiliser, de nombreux résultats intermédiaires étaient proposés aux candidats afin de ne pas pénaliser ceux qui, pour des raisons diverses, auraient pu être bloqués dans le problème.

Dans l'ensemble, les correcteurs ont trouvé le sujet consensuel, intéressant, bien construit, progressif, mais trop long. Il était conforme au programme et à son esprit. Néanmoins, certains ont relevé que la notion de base en dimension infinie n'était pas dans le programme. À chacun son interprétation car cette question s'est effectivement posé dans l'élaboration du sujet. La lecture des copies a montré que le point de vue du concepteur n'a guère été pénalisant et n'a pas eu d'incidence.

57% et 43% des points ont été affectés aux deux parties décrites ci-dessus.

Commentaires sur la correction

Sur la forme, la plupart des copies sont bien écrites, bien présentées et rédigées convenablement. Cependant, il reste un petit nombre de copies très mal écrites : les indices ne sont pas des indices ; quand une formule contient des « n » et des « r », il est important de pouvoir distinguer facilement ces deux lettres.

Sur le fond, les candidats devraient être plus attentifs à la qualité et la précision de leur rédaction. Voici deux exemples qui illustrent cela :
Dans la question I 1°) c) « $d^\circ \Delta(P) = -\infty$ revient à dire que P est constant » : ce n'est pas faux, encore faudrait-il faire référence à la question précédente !

À la question I 6°) a) iii, l'affirmation « $g\left(N_r\right)=\sum_{k=0}^{r} a_k\left(\Delta_r\right)^{r-k}\left(N_r\right)$ implique que la famille $\left(\left(\Delta_r\right)^k\right)_{k\in[\![0,r]\!]}$ est génératrice du commutant de Δ_r » , s'il n'est pas fait référence aux résultats démontrés précédemment, fait sérieusement douter de la sincérité du candidat.
Les correcteurs ne demandent qu'à être convaincus, mais de telles affirmations ne peuvent être prise en compte positivement.

Peu de candidats ont abordé sereinement la partie II et c'est la partie I qui a été discriminante.
Les fautes habituelles et attendues ont été rencontrées . Deux constats peuvent être fait.
Dans la plupart des copies, à la question I3°), les correcteurs ont pu lire que la restriction d'une application surjective était surjective ! Faut-il imaginer que les candidats croient qu'en restreignant les moyens affectés à un processus, on obtient toujours les mêmes résultats à l'arrivée ?
Dans l'ensemble, le programme est bien assimilé : l'élégance avec laquelle a souvent été traitée la question relative à la nilpotence et la non diagonalisation de l'endomorphisme Δ_r permet de le penser.

Dans la partie II, quelques points évidents ont été traités çà et là. La formule de Taylor a eu du succès, mais elle était donnée par l'énoncé. En revanche, tout le reste, à quelques exceptions près, fut très peu entrevu. Il est curieux de constater que le développement limité de v_n en $\frac{1}{n}$ n'a pratiquement jamais été fait, ce qui a rendu la discussion suivante illusoire.
Quelques candidats ont tenté d'appliquer le théorème de Rolle, mais le nombre de zéros était erroné au départ.
Enfin, en suggérant que $\left|N_n(x)\right|$ était équivalent à $\frac{|x|^n}{n!}$ (sic), peu de candidats ont fait référence à l'équivalent de $\left|N_n(x)\right|$ donné par l'énoncé pour étudier les séries de la fin du problème.

Conclusion

Même si le bilan de la correction des copies semble décevant, l'épreuve a permis de départager largement les candidats : l'écart-type établi à 4,66 en est la preuve. Par ailleurs, un nombre non négligeable d'entre eux a obtenu la note maximale grâce à la qualité de leurs connaissances et de leurs raisonnements. La moyenne générale de l'épreuve établie à 9,57 révèle bien que le niveau est globalement satisfaisant.