CONCOURS ECRICOME PREPA

RAPPORT D'ÉPREUVE

Commentaires généraux

Rappelons quelques faits importants :

- Une lecture préalable et attentive du sujet est nécessaire afin d'en comprendre la problématique et de hiérarchiser les difficultés. Elle permet alors au candidat d'aborder le sujet par les exercices (et/ou les questions) qui lui sont les plus accessibles.
- Une copie soignée est appréciée.
- Une bonne connaissance des notions et résultats fondamentaux du cours est un prérequis indispensable à la résolution correcte de nombreuses questions d'un sujet de mathématiques.
- Une rédaction correcte comportant des justifications convenables ainsi que la vérification, ou au minimum le rappel, des hypothèses nécessaires à l'application d'un théorème utilisé forment une part extrêmement importante de la note attribuée à toute question.
- Vérifier la vraisemblance et la cohérence des résultats obtenus par rapport aux résultats proposés.
- L'aménagement des calculs et des raisonnements afin d'obtenir impérativement les résultats proposés est fortement sanctionné.

Rappelons que les questions informatiques sont assez largement valorisées au sein du barème de l'épreuve et que, plus des deux tiers des candidats y répondent de façon suffisamment satisfaisante.

Avec une moyenne de 10,94 et un écart-type de 5,27, cette épreuve a permis une sélection tout à fait satisfaisante des candidats.

Commentaires particuliers

Exercice 1

Cet exercice d'analyse proposait ici l'étude d'une intégrale impropre, en exprimant sa valeur comme la somme d'une série convergente.
L'exercice était volontairement progressif, les trois premières questions étant classiques et abordables, les dernières questions plus délicates.

1. (a) Cette question a été globalement bien réussie par les candidats maîtrisant leur cours.
   (b) De même, cette question a été généralement bien faite, mais il est dommage de constater que certains candidats ne voient pas que leur tableau de variation contredit les réponses trouvées dans la question précédente. On peut souligner que la plupart des candidats prennent le temps de justifier correctement et efficacement que f et g sont dérivables.
   (c) Cette question a été bien traitée par une large majorité de candidats.
2. (a) La méthodé était similaire à celle de la question 1(c), il fallait préciser que l'intégrale était faussement impropre car $(t\ln t)^n$ admet une limite finie lorsque $t \to 0$. Une légère pénalité était prévue pour les candidats affirmant que cette limite était nulle même lorsque $n = 0$.
   (b) Certains candidats confondent les notions de suite convergente et d'intégrale convergente. Peu de candidats ont finalement l'idée d'encadrer l'intégrale pour déterminer sa limite, et beaucoup veulent directement « passer à la limite sous l'intégrale »....
   (c) Conformément au programme, on attend des candidats qu'ils pratiquent l'intégration par parties sur des intégrales sur un segment puis qu'ils effectuent un passage à la limite.

CONCOURS ECRICOME PREPA

(d) Cette question délicate n'est traitée que par les bonnes copies. On attendait des candidats qu'ils réalisent au moins une intégration par parties correcte (sur un segment), puis qu'ils itèrent plusieurs fois la formule de récurrence trouvée. Certains candidats maladroits ont tenté une récurrence.

(e) La question a été bien traitée par les candidats sérieusement préparés. Certains candidats affirment que la série $\sum \frac{1}{(n+1)^{n+1}}$ est une série de Riemann. On remarque également des équivalents faux, par exemple $(n+1)^{n+1} \sim n^n$.

(f) Une moitié des copies seulement a abordé cette question informatique, tous pratiquement pensent à utiliser la boucle for. Cette question est valorisée dans le barème.

3. (a) Rares sont les réponses complètes et précises. La formule de Taylor est connue, mais les hypothèses ne sont pas rappelées ou de manière incomplètes. Les vérifications, quand elles sont faites, sont un peu bâclées.

(b) De nombreux candidats ont compris le principe de la solution mais manquent de rigueur.

(c) Bien traité par les candidats ayant abordé la question.

(d) Cette question est peu abordée. La commande while est souvent utilisée, mais peu de candidats ont su utiliser le lien entre `eps` et $\frac{1}{e^{n+1}(n+1)!}$.

Exercice 2

Cet exercice mélangeait algèbre linéaire et optimisation de fonctions de plusieurs variables, et offrait de nombreuses questions de cours abordables pour des élèves moyens. Ainsi, les questions 1, 3a, 4a et 4b ont été plébiscitées par la majorité des candidats.

1. (a) De nombreux étudiants disent simplement que la condition à démontrer traduit la diagonalisabilité de J. On attendait ici deux arguments, l'un expliquant que J était diagonalisable, l'autre expliquant pourquoi la transposée de P apparaissait en place de P^{-1}.
Les candidats écrivent souvent « diagonalisable dans une BON ». Nous rappelons que les abréviations, même répandues, ne sont pas forcément familières du correcteur, et il est bon d'écrire en toutes lettres au moins une fois, puis de préciser l'abréviation utilisée par la suite.

(b) Très peu d'étudiants précisent que J n'est pas la matrice nulle, pour affirmer que $\text{rg}(J) = 1$.

(c) Peu d'étudiants citent la propriété suggérée par l'énoncé (deux matrices semblables ont même rang).

2. (a) Bien traitée en général, lorsque les candidats partent de $(x_1 + x_2 + \cdots + x_n)^2$.

(b) Environ une copie sur deux trouve la bonne matrice M.

(c) Bien traité par les candidats ayant répondu à la question précédente.

(d) Plusieurs candidats ne remarquent pas que la matrice P désigne la matrice introduite dans la question 1(a).

(e) Dans beaucoup de copies (et même parmi les bons candidats), on voit le candidat chercher le (ou les) point(s) critique(s) sous la contrainte, alors qu'on attendait l'appel au théorème du cours sur les extrema d'une forme quadratique sur la sphère unité, visiblement peu connu des candidats.

3. (a) Cette question est abordée par la plupart des candidats, et sa résolution était dans ce cas correcte.

(b) La plupart des candidats a rappelé l'inégalité de Cauchy-Schwarz, ce qui rapportait déjà quelques points. Peu ont abordé véritablement l'inégalité, mais quand elle l'a été, les calculs étaient généralement bien faits.

(c) Peu abordé par les candidats.

4. (a) Bien traitée par de nombreux candidats.

(b) De nombreux candidats gagneraient à savoir que les valeurs propres d'une matrice 2×2 s'obtiennent en résolvant une équation du second degré.

(c) Peu de candidats ont su faire le lien entre les matrices A et A^{-1} et leur forme quadratique respective.

Problème

Le problème proposé cette année modélisait une convergence en loi intéressante d'une suite de variables aléatoires discrètes vers une variable à densité, en utilisant le théorème de Slutsky. Le problème était assez long et permettait d'insérer des questions de modélisation informatique. Il était voulu de manière progressive, séparé en parties indépendantes, pour permettre d'une part de départager les candidats, et de permettre à ces derniers de prendre des points sur de nombreuses questions. Les questions ont dans l'ensemble bien abordé les parties A, B, la question C.1, ainsi que la question D.3(a).

Partie A

1. La justification de la continuité de g_a est très souvent erronée. Les candidats ont dans l'ensemble bien vu comment calculer l'intégrale.
2. (a) Cette question de cours est mal traitée. On voit trop souvent la fonction

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leqslant 0 \\ \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}a} e^{-\frac{x^2}{2a^2}} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

pour donner une densité d'une loi normale, ce qui fausse les calculs pour la suite.

(b) De nombreuses erreurs de calculs.

(c) De nombreuses erreurs de calculs. Il est regrettable de laisser sans commentaires une variance négative, l'erreur de signe était en général due à un non respect des opérations indiquées juste avant dans le calcul.

Partie B

1. Pour la première ligne, on voit très souvent `urnes(choix)<2`. Les candidats ayant déjà compris qu'il fallait regarder une condition sur `urnes(choix)` plutôt que sur `choix` ont été valorisés.
2. Globalement bien traité par les candidats.
3. Globalement bien traité par les candidats. Certains candidats pensent que toute variable aléatoire ne prenant que deux valeurs suit une loi de Bernoulli.
4. (a) Bien traité. On attendait ici surtout une courte justification des valeurs extrêmes de $X_n(\Omega)$.

(b) Lorsque le résultat de la question est donnée, certains candidats se contentent d'expliquer les termes qu'ils voient dans la formule finale. On attendait ici un raisonnement rigoureux avec des événements et application de la formule des probabilités composées. Dans une question délicate de ce type, les points sont décomposés : l'écriture en événements rapporte des points, l'écriture correcte des probabilités composées avec les événements rapporte des points, ...
Certains candidats à l'aise avec le dénombrement ont pu répondre à la question de manière combinatoire.

(c) Ici, il s'agissait de vérifier si les candidats voyaient simplement que la variable aléatoire considérée était finie (ou bornée). Très peu ont finalement compris cette question, et on a vu des études non abouties de convergence absolue de sommes (finies ...).

(d) Très peu de réponses à la deuxième ligne.

Partie C

1. Cette question est dans l'ensemble bien traitée par candidats l'ayant abordée.
2. On attendait explicitement que les candidats vérifient que chaque $\frac{k}{n}$ appartenait à l'intervalle $[0, 1/2]$ pour appliquer la question précédente.
3. Etonnamment, peu de bonnes réponses sur cette question, où il suffisait d'énoncer que la probabilité était toujours nulle dès que $x \leqslant 0$.
4. La question est bien traitée par les bonnes copies.

Partie D

La partie D a été globalement peu abordée par les candidats, hormis les meilleures copies.
Cependant, environ une copie sur trois a abordé la question 3(a) et l'énoncé du Théorème de Slutsly était en général correctement écrit. Ceci montre que les candidats lisent bien le sujet jusqu'au bout pour trouver des points à gagner sur les questions de cours comme celle-ci.
Cette partie permettait l'aboutissement du problème et pourra être reprise à bon escient par les enseignants et les futurs candidats pour s'exercer à des parties plus délicates du programme.